

3 a) Definitionsmenge:  $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$   
 Gemeinsamer Nenner:  $3x$   
 $\frac{1}{3} - \frac{4}{3x} = 1 - \frac{8}{3x} \quad | \cdot 3x$   
 $x - 4 = 3x - 8 \quad | +4$   
 $x = 3x - 4 \quad | -3x$   
 $-2x = -4 \quad | :(-2)$   
 $x = 2$

Lösung der Gleichung:  $x = 2$ 

b) Definitionsmenge:  $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

Gemeinsamer Nenner:  $2x$   
 $\frac{x+1}{2x} - 1 = \frac{1}{x} \quad | \cdot 2x$   
 $x + 1 - 2x = 2$   
 $-x + 1 = 2 \quad | -1$   
 $-x = 1 \quad | :(-1)$   
 $x = -1$

Lösung der Gleichung:  $x = -1$ 

c) Definitionsmenge:  $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

Gemeinsamer Nenner:  $6x$   
 $\frac{1}{2} - \frac{4}{3x} = 1 + \frac{1}{6x} \quad | \cdot 6x$   
 $3x - 4 \cdot 2 = 6x + 1 \quad | -6x$   
 $-3x - 8 = 1 \quad | +8$   
 $-3x = 9 \quad | :(-3)$   
 $x = -3$

Lösung der Gleichung:  $x = -3$ 

d) Definitionsmenge:  $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

Gemeinsamer Nenner:  $10x$   
 $\frac{x-1}{5x} - \frac{9}{10} = \frac{x+2}{2x} \quad | \cdot 10x$   
 $2(x-1) - 9x = 5(x+2)$   
 $2x - 2 - 9x = 5x + 10 \quad | +2$   
 $-7x - 2 = 5x + 10 \quad | -5x$   
 $-7x = 5x + 12 \quad | -5x$   
 $-12x = 12 \quad | :(-12)$   
 $x = -1$

Lösung der Gleichung:  $x = -1$ 

e) Definitionsmenge:  $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

Gemeinsamer Nenner:  $20x$   
 $\frac{1}{4} - \frac{9}{10x} = \frac{3}{4} - \frac{7}{5x} \quad | \cdot 20x$   
 $5x - 2 \cdot 9 = 3 \cdot 5x - 7 \cdot 4$   
 $5x - 18 = 15x - 28 \quad | +18$   
 $5x = 15x - 10 \quad | -15x$   
 $-10x = -10 \quad | :(-10)$   
 $x = 1$

Lösung der Gleichung:  $x = 1$ 

f) Definitionsmenge:  $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

Gemeinsamer Nenner:  $30x$   
 $\frac{2-x}{6x} + \frac{1}{5} = \frac{2}{5x} \quad | \cdot 30x$   
 $5(2-x) + 6x = 2 \cdot 6$   
 $10 - 5x + 6x = 12 \quad | -10$   
 $10 + x = 12 \quad | -10$   
 $x = 2$

Lösung der Gleichung:  $x = 2$ 

g) Definitionsmenge:  $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

Gemeinsamer Nenner:  $40x$   
 $\frac{3}{8} - \frac{x-4}{5x} = \frac{9}{20x} \quad | \cdot 40x$   
 $3 \cdot 5x - 8(x-4) = 9 \cdot 2$   
 $15x - 8x + 32 = 18 \quad | -32$   
 $7x + 32 = 18 \quad | -32$   
 $7x = -14 \quad | :7$   
 $x = -2$

Lösung der Gleichung:  $x = -2$ 

h) Definitionsmenge:  $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

Gemeinsamer Nenner:  $24x$   
 $\frac{1}{4} - \frac{1}{3x} = \frac{1}{8} + \frac{5}{12x} \quad | \cdot 24x$   
 $6x - 8 = 3x + 2 \cdot 5$   
 $6x - 8 = 3x + 10 \quad | -3x$   
 $3x - 8 = 10 \quad | +8$   
 $3x = 18 \quad | :3$   
 $x = 6$

Lösung der Gleichung:  $x = 6$ 

10 a)  $4(x+1) - 2x = 2(x+2)$   
 $4x + 4 - 2x = 2x + 4$   
 $2x + 4 = 2x + 4 \quad | -2x$   
 $4 = 4$

Die Aussage  $4 = 4$  ist richtig, also ist jede Zahl Lösung der Gleichung. Die Gleichung hat unendlich viele Lösungen.

b)  $3 + (2x - 4) = 4 - (3 - 2x)$   
 $3 + 2x - 4 = 4 - 3 + 2x$   
 $-1 + 2x = 1 + 2x \quad | -2x$   
 $-1 = 1$

Die Aussage  $-1 = 1$  ist falsch, daher hat die Gleichung keine Lösung.

c)  $x(x+7) = (x-7)(x+7)$   
 $x^2 + 7x = x^2 - 49 \quad | -x^2$   
 $7x = -49 \quad | :7$   
 $x = -7$

Die Gleichung hat eine Lösung, nämlich  $x = -7$ .

d)  $(x+1)(x-2) = x(x-1) - 2$   
 $x^2 - 2x + x - 2 = x^2 - x - 2 \quad | -x^2$   
 $-x - 2 = -x - 2 \quad | +x$   
 $-2 = -2$

Die Aussage  $-2 = -2$  ist richtig, also ist jede Zahl Lösung der Gleichung. Die Gleichung hat unendlich viele Lösungen.

e)  $x(x+10) = (x+5)^2$   
 $x^2 + 10x = x^2 + 10x + 25 \quad | -x^2$   
 $10x = 10x + 25 \quad | -10x$   
 $0 = 25$

Die Aussage  $0 = 25$  ist falsch, daher hat die Gleichung keine Lösung.

5 a)  $2(x+7) = 4(x+3) + 15x - 15$   
 $2x + 14 = 4x + 12 + 15x - 15$   
 $2x + 14 = 19x - 3 \quad | -19x$   
 $-17x + 14 = -3 \quad | -14$   
 $-17x = -17 \quad | :(-17)$   
 $x = 1$

b)  $6 + (x+3)(x-3) = x^2 - 6x$   
 $6 + x^2 - 9 = x^2 - 6x \quad | -x^2$   
 $-3 = -6x \quad | :(-6)$   
 $0,5 = x$   
 $x = 0,5$

c)  $-2x(x+4) = (3+x)(1-2x)$   
 $-2x^2 - 8x = 3 - 6x + x - 2x^2 \quad | +2x^2$   
 $-8x = 3 - 5x \quad | +5x$   
 $-3x = 3 \quad | :(-3)$   
 $x = -1$

d)  $-3x(-5-4x) = (3x-5)(5+4x) + 5$   
 $15x + 12x^2 = 15x + 12x^2 - 25 - 20x + 5$   
 $15x + 12x^2 = -5x + 12x^2 - 20 \quad | -12x^2$   
 $15x = -5x - 20 \quad | +5x$   
 $20x = -20 \quad | :20$   
 $x = -1$

e)  $(12+2x)(6x-2) = (4x+6)(3x-4)$   
 $72x - 24 + 12x^2 - 4x = 12x^2 - 16x + 18x - 24$   
 $68x - 24 + 12x^2 = 12x^2 + 2x - 24 \quad | -12x^2$   
 $68x - 24 = 2x - 24 \quad | +24$   
 $68x = 2x \quad | -2x$   
 $66x = 0 \quad | :30$   
 $x = 0$

f)  $(2x-3)^2 = (4x-8)(x-0,5)$   
 $4x^2 - 12x + 9 = 4x^2 - 2x - 8x + 4 \quad | -4x^2$   
 $-12x + 9 = -10x + 4 \quad | +10x$   
 $-2x + 9 = 4 \quad | -9$   
 $-2x = -5 \quad | :(-2)$   
 $x = 2,5$

g)  $5 + (5-2x)(5+2x) = (3x+3)(4-x) - x^2$   
 $5 + 25 - 4x^2 = 12x - 3x^2 + 12 - 3x - x^2$   
 $30 - 4x^2 = 9x - 4x^2 + 12 \quad | +4x^2$   
 $30 = 9x + 12 \quad | -12$   
 $18 = 9x \quad | :9$   
 $x = 2$